С. С. Волосивец

Саратов, VolosivetsSS@mail.ru

О ВЕСОВЫХ АНАЛОГАХ ТЕОРЕМ ВИНЕРА И ЛЕВИ ДЛЯ РЯДОВ ПО МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫМ СИСТЕМАМ

Пусть $\mathbf{P} = \{p_i\}_{i=1}^{\infty}$ — последовательность натуральных чисел, не меньших 2. Обозначим через $\mathbb{Z}(p_k)$ дискретную циклическую группу $\{0, 1, \dots, p_k - 1\}$ порядка p_k со сложением по модулю p_k и определим $G = G(\mathbf{P})$ как прямое произведение $\mathbb{Z}(p_k)$, $k \in \mathbb{N}$, с операцией $\oplus$, мерой μ и топологией, соответствующими прямому произведению. Система $\{\chi_n(x)\}_{n=0}^{\infty}$ характеров группы G ортонормирована на G и полна в $L^1(G)$. Введем коэффициенты Фурье функции $f \in L^1(G)$ по системе $\{\chi_n\}_{n=0}^{\infty}$ формулой $\hat{f}(k) = \int_G f(x)\overline{\chi_k(x)}\, d\mu(x)$, $k \in \mathbb{Z}_+$. Подробней о системе характеров и определении операции $\oplus$ для чисел из $\mathbb{Z}_+$ см. [1]. Пусть $0 < p < \infty$, $\alpha_0 = 1$ и $\alpha_k \geqslant 1$. Если для $f \in L^1(G)$ имеем

$$\|f\|_{p,\alpha} = \left(\sum_{k=0}^{\infty} |\hat{f}(k)|^p \alpha_k\right)^{1/p} < \infty,$$

то f принадлежит классу A_{α}^{p}. Для двух произвольных последовательностей $a = \{a_i\}_{i=0}^{\infty}$, $b = \{b_i\}_{i=0}^{\infty}$ их $\mathbf{P}$-ичной сверткой $a * b$ назовем последовательность $c = \{c_n\}_{n=0}^{\infty}$, такую, что $c_n = \sum_{i=0}^{\infty} a_i b_{n\ominus i}$ для всех $n \in \mathbb{Z}_+$.

Теорема 1 (аналог теоремы Леви). *Пусть $f \in A_{\alpha}^{p}$, где $1 < p < \infty$ и $\alpha = \{\alpha_k\}_{k=0}^{\infty}$ удовлетворяет условиям*

$$\sum_{k=0}^{\infty} \alpha_k^{-p'/p} < \infty \quad \text{и} \quad \alpha^{-p'/p} * \alpha^{-p'/p} \leqslant C\alpha^{-p'/p}.$$

Если $\Phi(z)$ — комплекснозначная функция, аналитическая на открытом множестве, содержащем множество значений f, то $\Phi(f) \in A^p_\alpha$.

Теорема 2. *Пусть $0 < p \leqslant 1$, последовательность α удовлетворяет условиям $\alpha_0 = 1$, $\alpha_n \geqslant 1$, $\alpha_n \alpha_i^{-1} \alpha_{n \ominus i} \leqslant C$ при $n, i \in \mathbb{Z}_+$ и $f \in A^p_\alpha$. Если $\Phi(z)$ — аналитическая функция на открытом множестве U, содержащем множество значений f, то $\Phi(f) \in A^p_\alpha$.*

При $p = 1$, $\alpha_n \equiv 1$ и $p_i \equiv 2$ теорема 2 была установлена Г. Н. Агаевым [2].

Работа выполнена при финансовой поддержке программы Президента "Ведущие научные школы РФ" (проект НШ-2970.2008.1).

ЛИТЕРАТУРА

1. Агаев Г. Н., Виленкин Н. Я., Джафарли Г. М., Рубинштейн А. И. *Мультипликативные системы функций и гармонический анализ на нуль-мерных группах.* – Баку: Элм, 1981.

2. Агаев Г. Н. *Теорема типа Винера для рядов по функциям Уолша* // ДАН СССР. – 1962. – Т. 142. – № 4. – С. 751–753.

И. Ю. Выгодчикова

Саратов, VigodchikovaIY@info.sgu.ru

О ЗАДАЧЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ СЕГМЕНТНОЙ ФУНКЦИИ АЛГЕБРАИЧЕСКИМ ПОЛИНОМОМ С ОГРАНИЧЕНИЕМ ТИПА РАВЕНСТВА

Пусть n, N — целые числа, $n \geqslant 0$, $N \geqslant n + 1$, $T = \{t_0 < t_1 < \dots < t_N\}$, $A = (a_0, a_1, \dots, a_n) \in \mathbb{R}^{n+1}$,